

Cómo Mejorar las Matemáticas en América Latina – ¿Podría el Tutor Virtual ser la Solución en el Siglo XXI?

Por Raymond Douse, Director y Cofundador y Nicola Humphries, Jefe de Desarrollo de Negocios-LATAM, Whizz Education Limited

1. Introducción

Por mucho que se estudien los informes de PISA, no es sencillo llegar a conclusiones sobre cómo América Latina podría mejorar en la enseñanza de matemáticas de sus hijos. Las matemáticas siempre han sido difíciles de enseñar y aprender, y habrá muchos caminos diferentes que serán necesarios seguir en la forma en que se enseña y tutoriza matemáticas si queremos permitir que los niños latinoamericanos alcancen su potencial. Recordando la conclusión de Bloom de 1984 de que el estudiante promedio tutorizado uno a uno usando avanzadas técnicas de aprendizaje alcanzó dos desviaciones estándar sobre los estudiantes que aprenden a través de métodos de instrucción convencionales, este documento argumenta que ampliando el acceso a la tutoría y el uso de la tecnología para hacerlo es probable que sea beneficioso. Los resultados de la tutoría todavía seguirán tardando en aparecer, pero al menos la recopilación de datos educativos integrada en el uso de la evaluación y la tutoría virtual en línea puede empoderar inmediatamente a los docentes y, con el tiempo, conducir a mejoras constantes en los resultados educativos a medida que se realizan correcciones de cursos. Este documento demuestra cómo se ha logrado un círculo tan virtuoso en el África Subsahariana.

2. Análisis de PISA

PISA 2015 parecía demostrar que los participantes latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, México, Perú y Uruguay) habían duplicado el número de estudiantes que no alcanzaban un nivel aceptable de competencia básica en Matemáticas que el promedio de la OCDE.

Muchas posibles explicaciones para esto se debaten regularmente. Los países latinoamericanos no son tan ricos como muchos de los países con mejor desempeño y tienen menos recursos para dedicar a la educación. Las mujeres ahora tienen oportunidades de trabajo superiores y mejor pagadas que la enseñanza, por lo que la calidad de la enseñanza en América Latina está en declive. La tutoría se usa con más frecuencia en Asia, América del Norte y Europa. Las aplicaciones de tecnología de la información disponibles para los estudiantes latinoamericanos son más limitadas. Interesante, PISA 2012 demostró que los estudiantes en todos los países de América Latina tenían altos niveles de ansiedad matemática – 70-80% de ellos típicamente estuvieron de acuerdo con la declaración "A menudo me preocupa que sea difícil para mí en las clases de matemáticas". Las investigaciones muestran que la ansiedad matemática afecta negativamente el rendimiento estudiantil y algunos países de la OCDE tenían puntuaciones tan bajas como el 40% para esta pregunta. Pero la ansiedad matemática también era muy alta en Corea, un país de alto rendimiento. Así que parece que los estudiantes latinoamericanos podrían no tener un bajo rendimiento sólo por su ansiedad.

Las aguas a menudo se vuelven fangosas como esta cuando se examinan situaciones individuales sin un contexto claro. Tomemos, por ejemplo, la cuestión de los ingresos más bajos per cápita: el ingreso promedio en América Latina, aunque se encuentra por debajo de los países desarrollados de Europa, Asia y América del Norte, son superiores a los de Kazajistán y Vietnam por ejemplo, y aún así parecen alcanzar resultados PISA superiores. Dicho esto, es cierto que es erróneo apresurarse a llegar a conclusiones sobre las clasificaciones de los países de PISA por sí solas. El alto rendimiento de Vietnam puede

haber sido el resultado de que sólo el 48,5% de los 15 años del país estuvieran cubiertos por la prueba PISA, mientras que la cobertura de la mayoría de los países de América Latina fue del 60-75% o más. Mientras tanto, en Kazajstán había dudas sobre la fiabilidad de los datos registrados por PISA, de tal manera que PISA 2015 afirma que "los resultados de Kazajstán pueden no ser comparables a los de otros países".

Sólo el país latinoamericana con mejor desempeño en PISA 2015, Chile, participó en TIMSS 2015, con un rendimiento promedio 15% por debajo del promedio de los participantes del TIMSS. De hecho, el 37% de los grados octavos chilenos no alcanzaron ni siquiera el estándar más bajo aceptable, mientras que sólo el 16% no logró este estándar a nivel medio internacional de los países participantes en TIMSS. Por lo tanto, TIMSS 2015 también parece confirmar que la clasificación de Chile en PISA 2015 fue al menos en el área general correcta.

En TIMSS, también hay varias comparaciones que intentan explicar diferentes resultados de los países. Estos mostraron que los estudiantes chilenos pasaron significativamente más tiempo de instrucción en matemáticas (192 horas anualmente) que el promedio de los otros países (148 horas anualmente), tenían mejor acceso que el promedio a las computadoras e Internet, y fueron enseñados por más docentes con calificaciones en matemáticas que el promedio internacional. A diferencia de los estudiantes de otros países, los estudiantes chilenos estudian principalmente matemáticas y fueron evaluados en su lengua materna, por lo que no estaban en desventaja en este sentido.

Desafortunadamente todo lo que podemos concluir es que no hay respuestas fáciles y pocas explicaciones significativas proporcionadas por estos estudios comparativos. De hecho, muchos dirían que los programas PISA (y TIMSS) fallan en el sentido de que promueven los méritos de las pruebas estandarizadas a pesar de las preocupaciones de los educadores desde hace mucho tiempo sobre la validez y fiabilidad de dichas pruebas. Esos programas alientan a los Ministerios de Educación a buscar soluciones rápidas en política educativa para que coincida con el ciclo PISA de 3 años. Y hacen hincapié en una estrecha gama de aspectos medibles de la educación a expensas de los objetivos menos medibles de la educación, como el desarrollo físico, moral, cívico y artístico. Ciertamente no cavan lo suficientemente profundo como para permitir que los países participantes tomen buenas decisiones políticas sobre cómo mejorar los resultados educativos.

3. Las matemáticas son una asignatura difícil de enseñar y aprender

(a) Introducción-¿es culpa de los sistemas numéricos?

Al buscar respuestas sobre cómo los niños de América Latina podrían mejorar en matemáticas, primero hay que reconocer una simple verdad. Las matemáticas son, sin duda, una asignatura que la mayoría de las personas de todo el mundo las encuentran difíciles de enseñar y aprender. Se podría decir que las palabras y los sistemas numéricos orientales más simples pueden dar a muchos países asiáticos una ventaja temprana en este sentido sobre, por ejemplo, los países de habla inglesa y francesa (en menor medida el habla española). Sin embargo, el argumento de que el lenguaje hace una diferencia significativa parece débil cuando se considera que los estudiantes que hablan hindi muestran que son capaces de lidiar con las palabras numéricas más opacas de todas.

(b) Dificultades especiales para más de unos pocos

Difícil que las matemáticas son para casi todos los estudiantes, la investigación muestra que en todo el mundo hasta el 25% de los niños sufren una o más dificultades especiales para

aprender matemáticas. La discalculia es causada por un déficit básico en la capacidad de representar con precisión y rapidez el número de objetos en un conjunto, una habilidad que sustenta el aprendizaje de la aritmética básica. Se cree que afecta al 3.5-7% de todos los niños. La dislexia, caracterizada por problemas con la lectura a pesar de la inteligencia normal, puede ser una barrera importante para el aprendizaje de las matemáticas cuando implica la transposición de números (por ejemplo, 14 y 41), confundir palabras sonoras similares (por ejemplo, ocho y ochenta), mezclar signos matemáticos y símbolos, al no poder distinguir formas y una serie de otros temas. Hasta el 10% de los niños están afectados. La dispraxia, que conduce, por ejemplo, a la escritura de un número deficiente, y al Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH), que afecta gravemente la memoria funcional, afectan al 5% o menos de los niños. Algunos niños sufren más de una de estas condiciones. Mientras tanto, aunque de ninguna manera son la única causa, la discalculia, la dislexia y los demás son un contribuyente a la "ansiedad matemática" que es una causa reconocida de bajo desempeño por parte de muchos niños en las pruebas de matemáticas, y, como vimos anteriormente, puede estar más extendida en América Latina.

(c) Las matemáticas son jerárquicas

El Informe británico Cockcroft de 1982 concluyó que una de las principales razones por las que las matemáticas son tan difíciles de aprender, incluso para la amplia masa de niños sin discapacidades como la discalculia, es que se trata de una asignatura jerárquica. Esto no significa que haya un orden absoluto en el que sea necesario estudiar la asignatura, sino que la capacidad de proceder a un nuevo trabajo depende muy a menudo de una comprensión suficiente del trabajo realizado anteriormente. Aprender matemáticas de hecho tiene dos dimensiones: amplitud (la adquisición sistemática del conocimiento básico) y profundidad (de comprensión que, con respecto a muchos conceptos matemáticos, es en realidad ilimitada). Si es o no cierto, como a veces se sugiere, que cada persona tiene un "techo matemático" (y los defensores de la "mentalidad de crecimiento" rechazarían absolutamente esa noción con respecto a la adquisición sistemática de conocimientos básicos), es cierto que los niños, y los adultos, aprenden matemáticas a velocidades muy diferentes. Un concepto que algunos pueden comprender en una sola lección puede requerir días o incluso semanas de trabajo por parte de otros, y ser inaccesible, al menos por el momento, para aquellos que carecen de comprensión de los conceptos de los que depende. Esto significa que por lo general hay grandes diferencias en el logro entre niños de la misma edad. Un pequeño número alcanza un estándar que les permite estudiar matemáticas a nivel universitario, pero muchos otros tienen tiempo para avanzar sólo una distancia muy corta a lo largo de la carretera matemática durante sus años en la escuela. Debido a la naturaleza jerárquica de las matemáticas, estos alumnos no alcanzan una posición desde la que son capaces de abordar las ramas más abstractas de la asignatura con comprensión o esperanza de éxito, aunque algunos pueden y continúan su avance después de que han salido de la escuela.

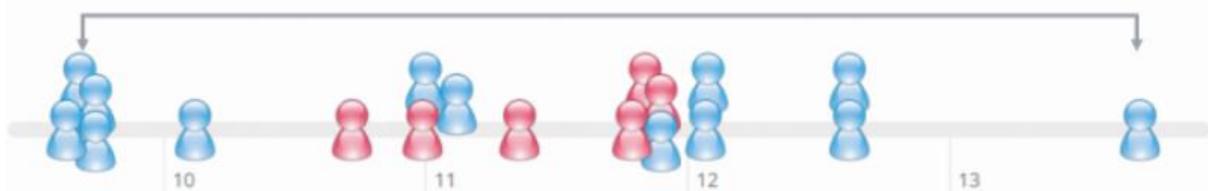
Del mismo modo, una de las principales razones por las que es difícil enseñar matemáticas es el hecho de que el logro y la tasa de aprendizaje (y también la retención del conocimiento básico) varían tanto de un alumno a uno alumno. Si el ritmo de la enseñanza es demasiado rápido, la comprensión no es capaz de desarrollarse; por otro lado, si el ritmo es demasiado lento los alumnos pueden aburrirse y desencantarse. La cantidad de terreno que es apropiado cubrir en cualquier período de trabajo sobre el mismo tema también varía con el logro de los alumnos. Aquellos cuyo logro es alto a menudo son capaces de avanzar una distancia considerable a la vez, pero aquellos cuyo logro es bajo necesitan avanzar por etapas más pequeñas y volver al tema con más frecuencia. El logro de un equilibrio correcto en estos asuntos requiere un juicio profesional calificado y presenta problemas al maestro

que no deben ser subestimados. Cualquiera que sea su nivel de logro, no se debe permitir que los alumnos experimenten un fracaso repetido. Si esto muestra signos de ocurrencia, es una indicación de que el avance ha continuado demasiado lejos y que se necesita un cambio de tema.

Debido a que la comprensión es un estado mental interno que debe ser alcanzado individualmente por cada alumno, no puede ser observado directamente por el maestro. El hecho de que un alumno sea capaz de resolver un problema en particular correctamente no indica necesariamente que la comprensión de los conceptos pertinentes esté presente. En el curso del debate se puede obtener una indicación mucho mejor de la profundidad de la comprensión que existe, mediante una labor práctica adecuada o mediante actividades más generales de solución de problemas. A medida que se desarrolla la comprensión, el maestro puede necesitar de vez en cuando desafiar más profundamente la comprensión que ya existe a fin de hacer que un alumno tome conciencia de la necesidad de pensar más profundamente y más críticamente. Pero es un desafío desalentador para un maestro poder atender las necesidades individuales de 30-35 estudiantes en la clase de esta manera, y de mucho menos hasta 100 o más estudiantes en los países pobres.

(d) La brecha multianual en el aprendizaje

Durante los últimos 10 años de suministrar tutoría matemática personalizada a las escuelas, hemos demostrado la tesis central del Informe Cockcroft porque, a partir de los datos que recopilamos, hemos visto una y otra vez la existencia generalizada de una brecha de tres o cuatro años en la capacidad matemática en el aula típica. En un pequeño número de escuelas privadas, o donde los niños han sido transmitidos, tal vez la brecha es menor, pero en la gran mayoría de las aulas, los docentes deben decidir cómo enseñar matemáticas a los niños que serán hasta 2 años detrás de las expectativas de edad o 2 años por delante. Además, vemos ejemplos todos los días de cómo los diferentes niños de la misma clase tienen fortalezas y debilidades radicalmente diferentes entre diferentes temas. Así que a pesar de que en general podrían estar al mismo nivel en referencia a las expectativas de edad, uno estará un año detrás del otro en Valor Posicional, pero un año por delante en fracciones y viceversa. Aquí por el momento es una ilustración de la brecha multianual, y vamos a dar ejemplos de diferentes perfiles de estudiantes más adelante en esta ponencia.



Reporte de clase de Math-Whizz en línea: La investigación de Whizz Education muestra que los docentes tienen que cerrar una brecha multianual de habilidades en matemáticas de la escuela primaria.

(e) Enseñanza tradicional impulsada por docentes frente a enseñanza centrada en el estudiante

Estas preguntas han llevado en los últimos años a un debate generalizado sobre la forma "correcta" de enseñar matemáticas. La profesora Jo Boaler de la Universidad de Stanford ha sido particularmente crítica con la forma "tradicional" en la que las matemáticas se han enseñado tanto en los Estados Unidos como en el Reino Unido. El Reino Unido es

especialmente culpable, ella cree, de tratar de dividir a los estudiantes fuertes y débiles en grupos de habilidades a una edad temprana, fomentando una mentalidad fija destructiva para cada estudiante. Muchas escuelas del Reino Unido, ella dice, luego aplican un enfoque impulsado por el maestro en el que se les dice a los estudiantes que absorban un método matemático o una fórmula y lo memoricen, copiando al maestro de una manera desconsiderada y pasiva, y practicando su aplicación en ejercicios aburridos y repetitivos. Hay poco o ningún margen para que los estudiantes pasen tiempo entendiendo por qué el método es correcto y prácticamente no hay discusión en el aula, y mucho menos colaboración. En palabras de Sarah Flannery, la galardonada autora irlandesa de "In Code: A Mathematical Journey", "es simplemente escuchar matemáticas siendo habladas por otra persona". No es de extrañar para Jo Boaler que los estudiantes del Reino Unido estén a la deriva en las clasificaciones de PISA.

Por el contrario, ella aboga por clases mixtas de logro aplicando un enfoque centrado en los estudiantes en el que la discusión y la colaboración sobre las actividades matemáticas de composición abierta introducidas y entrenadas, cuando sea necesario, por el maestro permiten a todos los estudiantes tomar su comprensión a diferentes niveles, pero en un ambiente positivo que lleva a cada estudiante a sentirse en una mentalidad de crecimiento acerca de sus matemáticas.

Hay mucho que le gusta, y la evidencia que apoya, la idea de clases mixtas de logro (los errores cometidos en la selección de estudiantes para clases sin habilidades mixtas a menudo permanentemente dañan sus perspectivas) y parece que tales clases deben gastar al menos una parte de su tiempo en la discusión colaborativa de preguntas matemáticas de composición abierta. Sin embargo, los muchos críticos de Boaler señalan que en la medida en que hay alguna evidencia de estudios controlados, esos estudios apoyan casi uniformemente la orientación instructiva directa y fuerte en lugar de la orientación mínima y constructivista durante la instrucción de estudiantes principiantes e intermedios. Incluso para los estudiantes con conocimientos previos considerables, la orientación directa mientras se aprende a menudo se encuentra como igual de eficaz que los enfoques no guiados. La instrucción no guiada no sólo es normalmente menos eficaz; también hay evidencia de que puede tener resultados negativos cuando los estudiantes adquieren conceptos erróneos o conocimientos incompletos o desorganizados.

PISA 2012 intentó apoyar la idea de que los países que apoyaban menos memorización y más elaboración, una educación matemática más centrada en los estudiantes y menos dirigida por los docentes, estaban funcionando mejor, pero los críticos del análisis de datos por PISA han demostrado que, de hecho, los puntajes de matemáticas PISA 2012 estaban más fuertemente correlacionados con una mayor proporción de la actividad dirigida por los docentes que la actividad centrada en los estudiantes.

(f) Dominio de Matemáticas y Matemáticas en Singapur

En cualquier caso, ha habido otros vagones que se han saltado, especialmente en el Reino Unido. Durante un tiempo, "las matemáticas en Singapur" se convirtieron en la furia. Aquí el concepto clave es enseñar a los estudiantes a aprender y dominar menos conceptos matemáticos con mayor detalle, así como hacer que ellos aprendan estos conceptos usando un proceso de aprendizaje en tres pasos: concreto, pictórico y abstracto. En el paso concreto, los alumnos participan en experiencias de aprendizaje práctico utilizando objetos concretos como virutas, dados o clips de papel. Esto es seguido por el dibujo de representaciones pictóricas de conceptos matemáticos. A continuación, los alumnos resuelven problemas matemáticos de forma abstracta mediante el uso de números y

símbolos. El modelado de barras es un método pictórico particular utilizado en Singapur para resolver problemas contextualizados en aritmética.

Más recientemente, "El dominio de las Matemáticas" en la que se espera que la mayoría de los estudiantes alcancen un alto nivel de competencia antes de progresar se está adoptando en algunas escuelas del Reino Unido. Unos docentes de Shanghai fueron traídos al Reino Unido en 2015 para demostrar el enfoque (aunque en realidad una sólida base de evidencia para los enfoques de dominio se remonta desde la década de 1960). Se realizó un ensayo en el Reino Unido con unos 10,000 estudiantes de 5 a 6 y 11 a 12 años. En un año, los resultados de las pruebas indicaron que los estudiantes estaban aproximadamente un mes por delante de los estudiantes en las escuelas usando otros enfoques. Este resultado se consideró pequeño pero significativo. Sin embargo, en enero de 2019, las conclusiones de la evaluación longitudinal final del experimento de Shanghai en las escuelas de Inglaterra fueron más cautelosas. Si bien hubo impactos positivos en los niños de 5 a 7 años, no hubo evidencia cuantificable de que el programa haya llevado a mejoras para los niños de 8 a 11 años.

4. Beneficios potenciales de la tutoría virtual en línea

(a) Evaluación

Lamentablemente, los informes PISA no identifican qué proporción de estudiantes en los países participantes sufren de dificultades de aprendizaje como la discalculia y la dislexia. Estas desventajas son difíciles de medir y no tenemos comparaciones internacionales. Probablemente la incidencia de dificultades especiales de aprendizaje matemático en América Latina no es mayor o nada menos que en otras partes del mundo, pero simplemente no lo sabemos. PISA, tenga en cuenta lo valioso que podría ser idear pruebas respecto a esto.

Los resultados de PISA 2018 se publicarán en diciembre de 2019 y se habrán basado en pruebas administradas, por ejemplo, en el caso de Perú a unos 8,600 peruanos de 15 años entre agosto y septiembre de 2018. Las pruebas, tanto en alfabetización y ciencias como en matemáticas, se habrán realizado en computadoras fuera de línea y duraron dos horas. El costo estimado por país para participar en PISA 2018 habrá sido de US\$1m a 1.7m sobre la base de la propia carga de PISA y estimaciones por la UNESCO de los costos de administración en el país. Parece una manera costosa de establecer una clasificación de desempeño entre estudiantes de distintos países con poca orientación a los rezagados en cómo podrían ser capaces de emparejarse.

Por otro lado, los resultados de la evaluación inicial que se pueden lograr a partir de un sistema de evaluación y tutoría de matemáticas en línea bien diseñado. Aquí estamos hablando de una evaluación formativa abierta que los estudiantes toman usando una computadora en línea. El estudiante ingresa su nombre, género y fecha de nacimiento, el programa comienza a poner a prueba la capacidad del estudiante en una serie de temas clave de matemáticas haciendo preguntas inicialmente lanzadas cerca de la edad del estudiante, pero ajustando el nivel de edad de las preguntas al descubrir la habilidad del estudiante. Típicamente, en 20 a 60 minutos de trabajar con las respuestas del estudiante, el programa establecerá la Edad Matemática™ del estudiante (análogo al concepto más conocido de la Edad de Lectura), es decir, el promedio de los niveles de habilidad alcanzados en los temas evaluados. Esta Edad Matemática generalmente estará por encima o por debajo de la edad real del estudiante, la diferencia es lo que llamamos el delta de la Edad Matemática. Por lo tanto, un estudiante que en realidad tiene 9 años de edad podría tener una Edad Matemática de 8.5 y un delta de -0.5, en otras palabras, el

conocimiento matemático esperado de un niño de ocho años y medio, medio año detrás de la edad del estudiante.

El administrador de una evaluación formativa de este tipo en noviembre de 2019 no tendrá que esperar más de un año para un resultado: el resultado del estudiante estará disponible para ser visto inmediatamente! Si un maestro tiene una computadora conectada a Internet para cada niño de la clase, dentro de aproximadamente una hora, ese maestro puede estar comparando los deltas de la Edad de Matemáticas de cada niño de la clase. Con cierta organización y disciplina, una evaluación en línea de este tipo puede tener lugar en múltiples clases en múltiples escuelas con el fin de establecer y comparar rápidamente los deltas de la Edad de Matemáticas de miles de estudiantes a través de un sistema de escuela primaria. Se podrían determinar las fortalezas y debilidades de los estudiantes de todas las edades en los diferentes temas de las matemáticas, permitiendo comparaciones de género, edad, escuela o regiones geográficas según sea necesario.

Mostraremos algunos ejemplos de diferentes deltas en el siguiente análisis sobre el Proyecto iMlango en Kenia.

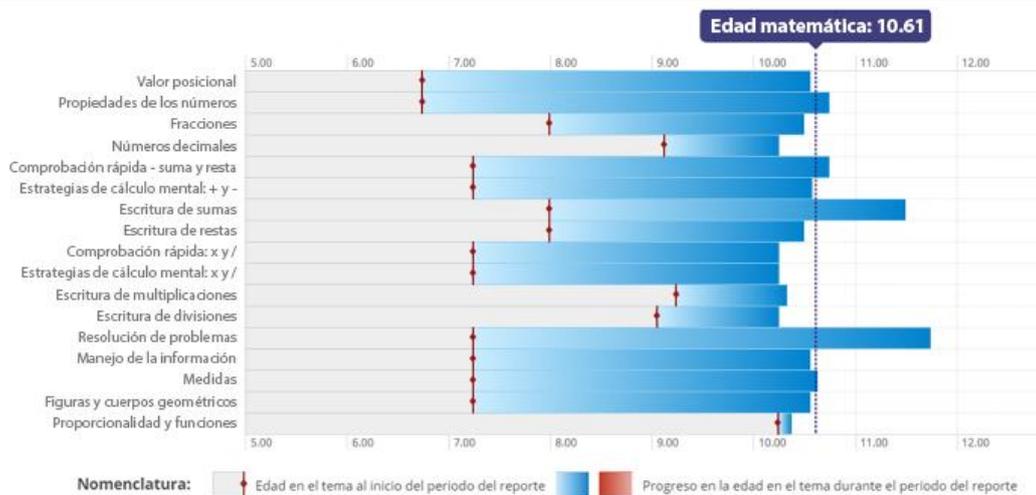
(b) Tutoría Virtual en línea

Valiosa como la evaluación inicial es en el establecimiento de la Edad Matemática de referencia de un estudiante (y por lo tanto, por ejemplo, poniendo la brecha multianual de conocimiento en el foco), el poder real proviene de la capacidad del programa para proceder ahora a diseñar para cada estudiante un programa de ejercicios y pruebas que abordará el nivel de habilidad de ese niño y lo hará avanzar a su ritmo adecuado (en línea con lo que el profesor Cockcroft dijo anteriormente con respecto a la ampliamente diferentes formas y velocidades a las que los niños aprenden matemáticas). El psicólogo educativo, Benjamin Bloom, destacó en 1984 el poder de la tutoría uno a uno creyendo que su efecto en el logro de los estudiantes fue el doble o más de otros métodos de enseñanza. Lamentó que la tutoría uno a uno fuera "demasiado costosa para que la mayoría de las sociedades la soportaran a gran escala" sin darse cuenta de que los tutores virtuales en línea podrían estar disponibles a una fracción del costo de un tutor humano y podrían llegar a ser tan eficaz. Kurt VanLehn demostró en 2011 que, si bien el tamaño del efecto 2.0 de Bloom puede haber sobreestimado el impacto de la tutoría humana, los tutores virtuales inteligentes probablemente fueran casi tan efectivos. Un buen tutor virtual en línea selecciona lecciones que se ajustan a las necesidades individuales del estudiante, estableciendo lecciones para poner más énfasis en temas más débiles sin descuidar sus fortalezas. Dentro de las lecciones, un buen tutor virtual en línea personaliza el aprendizaje proporcionando ayuda y apoyo cuando el niño lo necesita. Por ejemplo, el tutor debe responder a una respuesta incorrecta con una indicación que aumente la confianza, y volver a explicar el concepto de la lección si el niño continúa teniendo problemas. Mientras tanto, la evaluación del estudiante es continua. Un buen tutor virtual en línea supervisa el desempeño del estudiante en cada aspecto de cada ejercicio, cada pregunta de cada prueba, el tiempo tomado en las preguntas y la cantidad de ayuda y apoyo proporcionado al niño. Con esta información, el tutor actualizará constantemente el programa de ejercicios y pruebas y el perfil de aprendizaje del niño a medida que avanza.

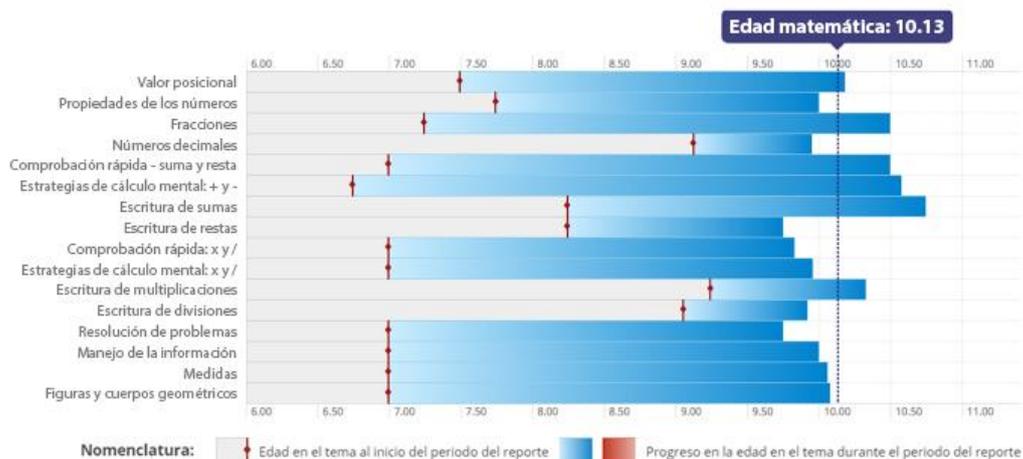
Aquí hay una ilustración de dos perfiles individuales diferentes de los estudiantes que muestran lo diferentes que eran en el momento de la evaluación inicial y cómo, con el tiempo al dar a cada estudiante la atención adicional adecuada en sus temas más débiles, los dos perfiles se han convertido en más suaves y más parecidos. Los dos niños tienen edades reales similares y han usado cada uno Math-Whizz durante 2 a 3 años. Las barras grises para temas como Valor Posicional y Fracciones muestran el estado de conocimiento

de cada niño cuando se evaluaron por primera vez. Las barras azules muestran el perfil redondeado que cada uno tiene ahora y su Edad Matemática de poco más de 10 años. Observe cómo José, el primer niño, tiene la Edad Matemática más alta ahora, pero que cuando se evalúa por primera vez, su Edad Matemática en Valor Posicional y Propiedades de los Números fue sólo 6.5, aproximadamente un año por detrás de la Edad Matemática evaluada de María en esos temas de aproximadamente 7.5. Sin embargo, en la evaluación, la Edad Matemática en Fracciones de José fue, casi a 8 años, un año por delante de María.

Tutoría virtual - adaptándose a las necesidades de cada alumno, evaluación continua



Tutoría virtual - adaptándose a las necesidades de cada alumno, evaluación continua



(c) Datos educativos en tiempo real

A medida que los estudiantes emprenden su viaje de aprendizaje individualizado, el tutor virtual en línea evalúa continuamente sus necesidades y actualiza su Edad Matemática en tiempo real. Por lo tanto, cada estudiante activo en el programa tendrá una Edad

Matemática actualizada que emerge como un subproducto de sus interacciones con el tutor virtual: no hay ningún costo separado asociado a esta recopilación de datos. Dado que la métrica se basa en un plan de estudios estandarizado, la Edad Matemática permite la comparación en todos los niveles de implementación. A diferencia de las evaluaciones periódicas de PISA que generan datos divorciados del aprendizaje y la enseñanza en los que se basan, estos datos derivados de la evaluación continua siempre están estrechamente acoplados al proceso educativo.

(d) Correcciones del curso

Cuando los docentes tienen datos procesables sobre todos los estudiantes de su clase, sabiendo que cada estudiante ha recibido instrucción dirigida por el maestro/tutor en el nivel adecuado para el estudiante, enfoques educativos más centrados en el estudiante como el "aprendizaje combinado/blended learning" y el "aula volteada/flipped classroom" se vuelven verdaderamente viables. Los docentes pueden ver fácilmente en qué temas el alumno puede necesitar asistencia adicional, y los niveles en cada tema que cada alumno de la clase ha alcanzado. Esto no solo permite a los docentes centrar su apoyo e implementar su tiempo de manera eficiente en los alumnos en vez de la planificación de la lección y del marcado de ejercicios. También permite a los docentes organizar sesiones de clase de habilidad mixta en la búsqueda de una comprensión más profunda de un tema porque el maestro conoce mejor el nivel de conocimiento básico que cada alumno ha alcanzado.

En un nivel superior, cuando se combina con información del personal de apoyo escolar experto, esto permite un modelo de corrección continua del curso, donde los datos informan mejoras continuas e incrementales en el diseño del programa educativo. Los datos se pueden estratificar a lo largo de varias líneas demográficas, como el género, el tipo de escuela y la geografía, para identificar a las cohortes más vulnerables y garantizar que se tomen medidas en el punto de necesidad.

5. Uso de la tecnología educativa en América Latina

(a) El énfasis en el hardware

El gasto latinoamericano en bienes y servicios digitales ha sido hasta los últimos años más del 60% dedicado al hardware y menos del 40% a servicios de software y tecnología de la información (en contraste con el gasto en hardware de sólo 20% en economías avanzadas como los Estados Unidos) (Fuente-CEPAL-La Nueva Revolución Digital). Este ha sido el caso en la educación con relativamente pocos proyectos de tecnología educativa que ponen énfasis en un análisis detallado de las necesidades educativas y un suministro integrado a las escuelas de hardware, contenido de la materia, servicios y creación de capacidad educativa con el fin de lograr resultados de aprendizaje específicos.

(b) El caso Plan Ceibal de Uruguay

El Plan Ceibal de Uruguay, que comenzó en 2007 principalmente como un programa de *One Laptop per Child* (OLPC), ha evolucionado al menos hacia un plan más completo para revolucionar el sistema educativo. Por ahora, Plan Ceibal ha instalado y mantenido una infraestructura informática que llega a todas las escuelas públicas primarias y medias, y garantiza el acceso a portátiles, contenidos y recursos digitales, plataformas, programas educativos, apoyo tanto a los estudiantes (de 6 a 15 años) como a los docentes. Sin embargo, la evaluación del éxito de estos esfuerzos aún continúa. Una revisión sistemática de las investigaciones académicas publicadas de 2007 a 2017 concluyó que si bien la OLPC había llevado una computadora al 11% de los hogares uruguayos a menudo pobres

que de otro modo no tendrían uno, las escuelas y los docentes no habían cambiado sus prácticas de enseñanza, las computadoras se utilizaban principalmente en casa para navegar por Internet si el usuario tenía una conexión, y el impacto en los resultados educativos era, en el mejor de los casos, pequeño. En matemáticas, la puntuación PISA de Uruguay aumentó entre 2003 y 2009, pero cayó bruscamente en 2012 y fue por debajo de la puntuación de 2003 en 2015.

Es cierto que no fue hasta julio de 2013 cuando el Plan Ceibal comenzó a proporcionar Plataforma Adaptativa de Matemáticas (PAM) de Bettermarks a niños uruguayos. Aunque no es propiamente un tutor virtual, PAM contiene algunos elementos adaptativos. En 2016, aproximadamente la mitad de todos los estudiantes de tercero a sexto grado de educación primaria utilizaban PAM. El enero 2018, se publicó un estudio que demostró un efecto positivo de 0,2 desviaciones estándar en las puntuaciones de las pruebas matemáticas de una muestra de estudiantes y que el impacto de PAM aumenta a medida que el estatus socioeconómico de los estudiantes disminuye. Estos resultados alentadores se afirmaba que eran sujetos a advertencias, entre otras cosas, en lo que respecta a la variabilidad en el uso de PAM y se basado en las puntuaciones de sólo 2,143 estudiantes para los que los datos de puntuación de prueba y los datos de uso de PAM estaban disponibles. La evaluación de impacto se ve obstaculizada por el hecho, reportado por el estudio, de que "la herramienta PAM se puso a disposición de todos los docentes y estudiantes en el sistema educativo; sin embargo, la decisión de si y cómo usarlo se les dejó a ellos. A pesar de que su uso se ha ido extendiendo, la forma en que los docentes y los estudiantes están utilizando la herramienta es todavía relativamente desconocido." Desde el abril de 2019, Plan Ceibal también ha puesto Matific a disposición de los estudiantes en K-6 con el fin de proporcionarles una "presentación lúdica, a la cual los niños no ingresan para hacer ejercicios, sino que la utilizan para jugar, enfrenta a retos y desafíos, pero con fundamentos y bases matemáticas "según la gerenta de educación de Plan Ceibal. Respetuosamente sugeriríamos que Plan Ceibal debe ahora asegurarse de que recopila datos de estas iniciativas con el fin de estar en una posición para medir de manera confiable los resultados educativos, y para saber si tendrá que hacer una corrección nueva de curso en el futuro.

(c) UNETE en México

El enfoque cambiante de la tecnología en América Latina también se demuestra por el desarrollo de una organización sin fines de lucro como UNETE en México. El fundador de UNETE comenzó en 1995 a organizar a empresarios para donar computadoras a las comunidades escolares públicas más pobres de México. UNETE ha construido una importante red de empresas internacionales para apoyar el logro de sus metas y ha firmado acuerdos con trece de treinta y dos gobiernos estatales en México para apoyar la implementación de sus programas. A medida que la UNETE llegó a más estudiantes y escuelas, la orientación de su modelo de intervención evolucionó gradualmente como resultado del aprendizaje de los docentes y directores lo que se requería para hacer productiva la introducción de la tecnología en las escuelas. UNETE ahora tiene como objetivo "introducir la tecnología en los procesos de enseñanza-aprendizaje... creando y apoyando un entorno diseñado para mejorar la competencia digital de estudiantes y docentes por igual, para desarrollar más tarde ciertas habilidades cognitivas y no cognitivas". Las escuelas apoyadas por UNETE ahora suelen recibir dispositivos gratuitos (PC, computadoras portátiles, tabletas, etc.), acceso a Internet de prepago durante 3 años, un servidor que contiene contenido pedagógico, además de que se les asigna un facilitador para capacitar a los docentes en el uso de los recursos durante las actividades de instrucción que está respaldada por un equipo de supervisores regionales, también contratados y capacitados por la UNETE, que se dedican a compartir las mejores prácticas.

Los docentes también tienen acceso a un portal de UNETE y al apoyo remoto del personal técnico capacitado en el uso de los recursos de UNETE. Los facilitadores son un componente crucial del modelo de UNETE, siendo típicamente graduados de programas de pedagogía, psicología o ingeniería. Un análisis detallado de UNETE y el impacto que está teniendo está contenido en Preparación de Profesores para Educar a Estudiantes Completos- Un Estudio Comparado Internacional de Harvard Education Press con la contribución de Cárdenas, Arriaga y Cabrera del CIDE en México.

Las organizaciones similares a UNETE como Empresarios por la Educación en Perú están surgiendo en otras partes de América Latina. Sus iniciativas privadas sin fines de lucro necesitan más apoyo de proyectos similares a nivel de políticas públicas, aprendiendo de sus experiencias positivas e iniciativas de tecnología educativa exitosas en otras partes del mundo. Presentamos el uso de tutorías virtuales en línea tanto porque está demostrando tener éxito en otros países como por ser la única manera económica de permitir que los estudiantes de familias más pobres aprovechen los beneficios de la educación personalizada. El costo de los tutores humanos a través, por ejemplo, de Tutor Doctor o Superprof o los cargos mensuales por el método Kumon son prohibitivamente caros para muchas familias latinoamericanas.

6. Whizz Educación en América Latina

Desde 2015 Math-Whizz se ha utilizado con éxito en un pequeño número de escuelas privadas en México y en dos implementaciones mucho más grandes en los estados de Aguascalientes y Michoacán. En Aguascalientes, unos 28,000 estudiantes en 132 escuelas usaron Math-Whizz a partir de febrero de 2015. En octubre de 2016, financiado por el Ministerio de Educación de Aguascalientes, investigadores del University College de Londres realizaron un estudio cuasi-experimental para evaluar el uso de Math-Whizz. Para aprovechar las pruebas PLANEA en todo el país que tienen lugar en septiembre, el estudio se centró en estudiantes de cuarto grado y sólo un corto período de uso del tutor de Math-Whizz. El tamaño de la muestra de usuario Math-Whizz en el estudio fue de 2,188 y los no usuarios totalizaron 1,219. El estudio concluyó que el uso de Math-Whizz parecía conducir a un mejor progreso de los estudiantes con un tamaño de efecto de 0.22. Sin embargo, los autores subrayaron que estos resultados deben leerse con cautela en el contexto de todo el análisis y de las limitaciones presentadas en el informe completo. La implementación de Aguascalientes de Math-Whizz no se extendió después del cambio de gobierno en 2016.

Mientras tanto, en el estado de Michoacán, el despliegue de Math-Whizz en 100 escuelas está entrando en su tercer año. Es demasiado pronto para revelar resultados verificados de forma independiente pero en el segundo ciclo escolar 2018-19 hemos visto incrementos alentadores en las Edades Matemáticas de muchos estudiantes que han podido usar Math-Whizz durante más de 30 minutos por semana.

7. El Proyecto iMlango en Kenia

(a) Lo que es

A continuación se presentan las estadísticas clave para nuestro proyecto virtual de tutoría en línea más grande hasta la fecha en Kenia, como parte de un consorcio que implica la provisión de Internet por satélite por Avanti, el suministro y mantenimiento de computadoras y hardware por Camara, el monitoreo de asistencia por parte de Squid y Math-Whizz tutoría y recursos de toda la clase por nosotros mismos, en parte financiados por el DFID del

Gobierno del Reino Unido. El proyecto se puso en marcha en 2014 y está en curso. Es una iniciativa del Desafío de la Educación de las Niñas, con el mayor enfoque de las niñas marginadas en cuatro condados rurales de Kenia.

Proyecto iMlango

Estudiantes
tutorizados: **150,000**

Docentes
capacitados: **4,000**

Escuelas: **205**



sQuid

camara
transforming education



Department
for International
Development

(b) Edades Matemáticas en Kenia

Aprendimos desde el principio que en promedio los estudiantes kenianos están típicamente cuatro o más años detrás de los estudiantes en nuestros otros países importantes como el Reino Unido, Tailandia, los EAU, etc. A continuación, mostramos la diferencia promedio entre las Edades Matemáticas de los estudiantes en varios países y las edades reales de esos estudiantes, sus deltas de la Matemática. Cada uno de los símbolos azules es un país diferente. Obviamente, algunos estudiantes de todos estos países tienen un delta de más de 0 - los matemáticos de mayor alcance estarán por delante de su edad - pero entre los países donde operamos, el delta promedio de todos los estudiantes que estamos dando la tutoría virtual en línea es un negativo número de aproximadamente -1. En otras palabras, si su edad real es de 11 años, su Edad Matemática promedio sólo será de 10. Sin embargo, nuestros estudiantes kenianos tienen un delta promedio de entre - 5 y - 6.

Los estudiantes Kenianos tienen más de 4 años de media por detrás de los estudiantes en otros países donde Whizz Education está activo



Sólo para reforzar el punto de que la ilustración anterior está mostrando promedios, se puede ver a continuación que había algunos estudiantes kenianos con un delta mucho mejor que el promedio de todos. Los iconos de esta siguiente ilustración representan alrededor de 210 escuelas individuales en Kenia. Además de nuestras escuelas del Proyecto iMlango en las zonas rurales de Kenia, Whizz Education también está trabajando con escuelas internacionales en Nairobi. Estas son las escuelas en el lado derecho de la distribución con estudiantes cuyos padres pagan colegiatura, quienes viven en buenos hogares, y comen tres comidas por día y no tienen que caminar 5 millas a la escuela. Tampoco han experimentado las pruebas y tribulaciones de sus primos de campo – teniendo tantos compañeros de clase que nunca reciben atención directa del maestro, sufriendo cortes de energía que significan que no hay luz, y mucho menos tiempo de computadora, etc.

(Pero no todos los estudiantes Kenianos)

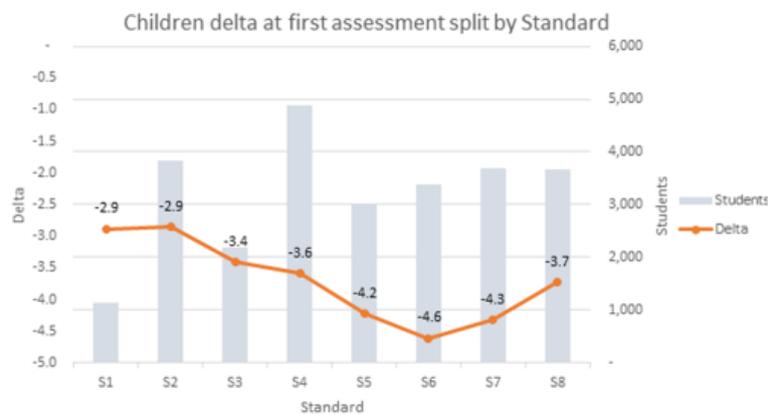


(c) Perdida de aprendizaje compuesta

Los estudiantes de iMlango han tenido montañas para escalar y esta siguiente ilustración muestra cómo típicamente la montaña se ha vuelto más empinada a medida que progresan a través de la escuela. En otras palabras, el delta o la brecha entre dónde están en matemáticas y dónde deberían estar tiende a aumentar a medida que avanzan la escuela -

si cae un poco en los estándares 7 y 8, esto es el resultado de sesgo de muestra ya que muchos niños abandonan después de la Norma 6 y sólo los mejores niños quedan. Estos datos nos permitieron calcular que, en promedio, los niños iMlango no estaban mejorando su Edad Matemática en cualquier cosa como un año con cada año de escolaridad, estaban progresando cada año en sólo 0,58 de un año. En otras palabras, su delta negativo estaba creciendo en 0,42 cada año. En el momento del estándar 6 era -4.5 o más. Este bajo nivel de progreso anual se compara con los típicos 1,5 años de progreso que creemos, en promedio, los estudiantes en el Reino Unido, por ejemplo, lograrán en su primer año de uso si son capaces de utilizar Math-Whizz durante 45-60 minutos por semana.

Pérdida de aprendizaje compuesta

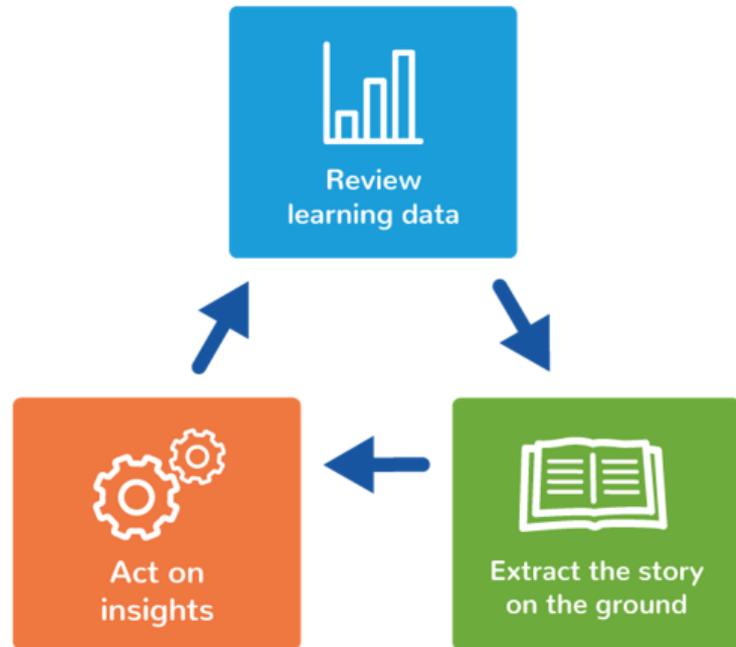


(d) Importancia de apoyo humano

Entonces, ¿cómo hemos ido en Project iMlango? Antes de mostrarles los progresos que se han logrado, digamos primero que habríamos logrado poco sin haber reunido un maravilloso equipo de apoyo en Kenia para monitorear todos los datos que generamos y estar en el campo con las escuelas, los docentes y los estudiantes, la formación de los docentes y la observación de cómo funciona Math-Whizz en la práctica. Esta es probablemente nuestra clave para llevar a partir de 15 años de buscar aprovechar al máximo el uso de la tutoría virtual en línea en la educación. Con los datos en tiempo real que genera el programa de tutoría viene información, y la capacidad de tomar medidas rápidamente para cambiar la forma en que se aplica el modelo. Siguen más datos y, a continuación, es posible realizar más cambios. Pero la inteligencia artificial en nuestro sistema de tutoría necesita nuestro apoyo humano para que estas mejoras se pongan en práctica. A continuación se muestra un resumen esquemático de este proceso.

Cómo generar resultados mejorados

- Con datos en tiempo real, es posible corregir el curso, y se convierte en un proceso iterativo
- Realizar mejoras en la plataforma y modificaciones en los modelos de implementación y capacitación de docentes
- Realice cambios y vuelva a mirar los datos
-
-



(e) Datos ricos

A continuación vemos la riqueza de los datos con los que tenemos que trabajar. Pueden ser datos de la encuesta, como el análisis de la confianza de los docentes en la parte superior izquierda, pero la mayoría de nuestros datos se generan simplemente como un subproducto de los estudiantes que utilizan Math-Whizz para que podamos realizar un seguimiento de la rapidez con la que los estudiantes pueden pasar las lecciones, factores que afectan el número de progresiones que los estudiantes logran, el número de estudiantes logrando un nivel satisfactorio de uso y así sucesivamente.

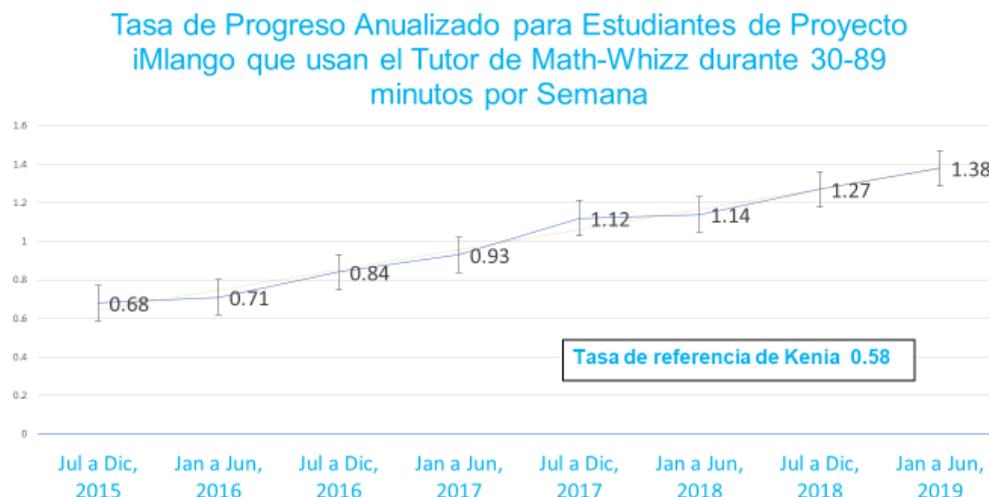
Corrección del curso con información en tiempo real



(f) Mejora de Resultados

Esta ha sido entonces nuestra experiencia con el Proyecto iMlango porque aquí por fin mostramos a continuación los resultados que se han logrado. En los primeros días, los estudiantes que tenían un acceso suficiente a Math-Whizz hicieron un progreso de 0.68 de un año en su Edad Matemática, 17% mejor que la tasa de referencia de 0.58 que mostramos arriba. Un avance significativo, sí, pero nada como suficiente para evitar más pérdida de aprendizaje en relación con su edad. Pero observe cuán lenta pero seguramente que han ido mejorando las tasas de progreso en los últimos 3 años. Ahora estamos viendo a los estudiantes acelerando, es decir, su Edad Matemática está progresando por más de un año cuando usan Math-Whizz durante un año a la cantidad de uso semanal que se muestra. Esperamos que un progreso más rápido siga siendo posible, hasta tal vez los 1,5 años que hemos visto con este uso en otros territorios. Pero una mayor prioridad es lograr un mayor número de estudiantes que reciben 30 minutos por semana o más en Math-Whizz. Escalar el éxito de la intervención es ahora una prioridad mayor que seguir mejorando la calidad de una minoría.

Progreso a lo largo del tiempo



(g) Correcciones de curso

¿Cuáles son algunas de las contribuciones específicas a las mejoras que hemos visto? Hay cuatro puntos clave que han surgido en gran medida al examinar los datos y aplicar cambios de sentido común a la forma en que Math-Whizz se ha desplegado. En primer lugar, hemos encontrado que mientras que en otras partes del mundo la evaluación inicial de un niño se inicia mejor por referencia a su edad real, esto no es así en las zonas rurales de Kenia porque los deltas de los niños suelen estar en -5 y, en cualquier caso, lo hacen no siempre saben su edad. Si están segundo grado, mejor comenzar su evaluación en el nivel de segundo grado – su edad real bien podría ser la de un niño que usted esperaría estar en sexto grado y no tiene sentido probarlo con material que está destinado a ser demasiado exigente. En segundo lugar, nos dimos cuenta de que los cortes de energía estaban interrumpiendo una proporción mucho mayor de lecciones de Math-Whizz en el Proyecto iMlango que conducen a tres veces el nivel de intentos de lecciones incompletos que anteriormente llevaron al estudiante a tener que comenzar la lección de nuevo en su próxima sesión. Muchas repeticiones llevaron a la frustración, pero ahora hemos cambiado

el algoritmo para registrar todo el trabajo realizado y para permitir que los estudiantes reinicien donde lo dejaron. En tercer lugar, en Kenia ahora utilizamos Math-Whizz bilingüe incorporando una opción para el estudiante de inglés o ki-swahili. Estamos encantados de que esto se utilice con un aumento resultante en la velocidad con la que los estudiantes completan las lecciones, de vital importancia cuando el tiempo de trabajo de la computadora está en una prima en las escuelas iMlango con recursos limitados. Finalmente, hemos hecho muchos cambios en la forma en que capacitamos a los docentes y es maravilloso encontrar maneras por las cuales puedan compartir sus conocimientos.

En resumen,

Ejemplos de correcciones de curso

La evaluación inicial de los estudiantes no se inicia a partir de la fecha de nacimiento, sino de la Estándar a la que pertenecían

El algoritmo de tutoría se ha mejorado para dar cabida a los intentos de lección incompletos (30%+ v. promedio global del 11%), obviando la necesidad de repeticiones

Los estudiantes usan Math-Whizz bilingüe (inglés-kiswahili) para reducir los tiempos necesarios para aprobar las lecciones en un 11%

Los grupos de WhatsApp se establecen entre los docentes de iMlango para fomentar el intercambio de mejores prácticas

(h) Escenas de Escuelas de Kenia

Aquí vemos brevemente Math-Whizz trabajando en un laboratorio de computación iMlango. Es probable que cada niño esté trabajando un ejercicio diferente, el adecuado para su nivel personal de conocimiento.

No hay dos pantallas iguales



Aquí está Math-Whizz empoderando a los docentes. Observe cómo en la parte inferior derecha los propios docentes están utilizando el programa para enseñarse a sí mismos. Su propio nivel de Matemáticas puede no ser mucho más alto que el de los estudiantes.

Cómo empoderar todos los docentes



8. Conclusión

Creemos que la experiencia que hemos tenido con el Proyecto iMlango demuestra cómo los proyectos de tutoría virtual en línea pueden con el tiempo generar mejoras significativas en el logro de las matemáticas en un entorno desafiante. Ya estamos comprometidos en proporcionar Math-Whizz a más de 100 escuelas en el Estado de Michoacán en México, y estamos deseando identificar otras oportunidades para diseñar e implementar programas de tutoría virtual similares en nuestro esfuerzo por ayudar a América Latina a lograr mejor desempeño en Matemáticas que el mostrado en las comparaciones de PISA y TIMSS.

Bibliografía

Ashman, Greg (2016). "Los datos de PISA contienen una correlación positiva"-disponible de <https://gregashman.wordpress.com/>

Bloom, Benjamin S (June–July 1984). "El problema de 2 Sigma: la búsqueda de métodos de instrucción grupal tan efectivos como la tutoría individualizada"- disponible de <http://web.mit.edu/5.95/www/readings/bloom-two-sigma.pdf>

Boaler, Jo (2009, 2015). "El elefante en el aula: Ayudar a los niños a aprender y amar las matemáticas"- Souvenir Press

British Dyslexia Association – disponible de <https://www.bdadyslexia.org.uk/dyslexia>

Butterworth, Brian (2019) "Discalculia-De la Ciencia a la Educación" - Routledge

Caballero de Luis, Soledad (2017) "Una Revisión Sistemática a 10 Años del Plan Ceibal en Uruguay"- disponible de https://www.researchgate.net/publication/324161832_Una_revision_sistematica_a_10_anos_del_Plan_Ceibal_en_Uruguay_A_systematic_revision_after_10_years_of_OLPC_in_Uruguay

Cárdenas, S., Arriaga, R. y Cabrera, F. (2018) "Desarrollo de competencias del siglo XXI en México" disponible de Reimers, F.M. and Chung C.K. (2018) –"Preparing Teachers to Educate Whole Students"- Harvard Education Press

CEPAL(2018) "La Nueva Revolución Digital" disponible de https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/38604/4/S1600780_es.pdf

Cobo, Cristobal y Rivera Vargas, Pablo (2018) "Mejora de la inclusión social a través de la innovación en Uruguay: el caso del Plan Ceibal" – disponible de <https://www.ceibal.edu.uy/es/articulo/plan-ceibal-fue-destacado-por-la-unesco>

Cockcroft, Dr. W. H. (1982). "Matemáticas Cuenta-Informe de la Comisión de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas en las Escuelas bajo la Presidencia del Dr. W. H. Cockcroft" – disponible de <http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/cockcroft1982.html>

Department for Education (2019). Longitudinal evaluation of the Mathematics Teacher Exchange: China-England - Final Report disponible de https://assets.publishing.service.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/773320/MTE_main_report.pdf

Education Endowment Foundation (2015). "Mathematics Mastery" disponible de https://educationendowmentfoundation.org.uk/public/files/Projects/Evaluation_Reports/EEF_Project_Report_MathematicsMastery.pdf

Flannery, S. (2002). "In Code: A Mathematical Journey"-Chapel Hill: Algonquin Books

González, I. (2019) "Matific: nueva plataforma de matemáticas del Plan Ceibal para escolares" – disponible de <http://www.lr21.com.uy/educacion/1398064-plan-ceibal-matific-matematicas-educacion-primaria-escuela>

Kirschner, P., Sweller, J. y Clark, R. (2006). "Por qué la orientación mínima durante la instrucción no funciona: Un análisis del fracaso de Constructivista, Descubrimiento, Basado en Problemas, Experiencial, y Enseñanza Basada en La Investigación" disponible de http://www.cogtech.usc.edu/publications/kirschner_Sweller_Clark.pdf

Mavrikis, M.- University College London (2017) "Evaluación de Impacto de Math-Whizz; El caso de Aguascalientes" – disponible de <https://www.whizzeducation.com/wp-content/uploads/Whizz-Education-Proof-Pack.pdf>

OCDE: PISA 2015 Volumens 1-5 disponible de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>

OCDE: PISA 2012: Diez preguntas para profesores de matemáticas: Figura 9.1 Ansiedad matemática, por género disponible de https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

Perera, M; Aboal, D. (2018) "Evaluación del Impacto de la Plataforma Adaptativa de Matemática en los resultados de los aprendizajes." disponible de https://www.ceibal.edu.uy/storage/app/media/documentos/CINVE-Informe_PAM_03102017.pdf

TIMSS 2015: Resultados internacionales en Matemáticas disponible de <http://timss2015.org/timss-2015/mathematics/student-achievement/>

VanLehn, Kurt (2011) "La efectividad relativa de la tutoría humana, sistemas inteligentes de tutoría y otras sistemas de tutoría"- disponible de http://www.public.asu.edu/~kvanlehn/Stringent/PDF/EffectivenessOfTutoring_Vanlehn.pdf